Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm.

Nombre total de fulls

Qualificació 4,15 / 5

Cognoms

Nom

Assignatura

DNI

Curs

Grup

Data

$\boxed{1}$ TEORIA $\boxed{C5}$

$$A\rho H(s)s = Q(s) - \frac{H(s)}{R}$$

$$A\rho H(s)s + \frac{H(s)}{R} = Q(s)$$

1

$$H(s)\left(A\rho s + \frac{1}{R}\right) = Q(s)$$

$$\left[G(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{1}{A\rho s + \frac{1}{R}}\right] \rightarrow \boxed{\frac{R}{RA\rho s + 1}}$$

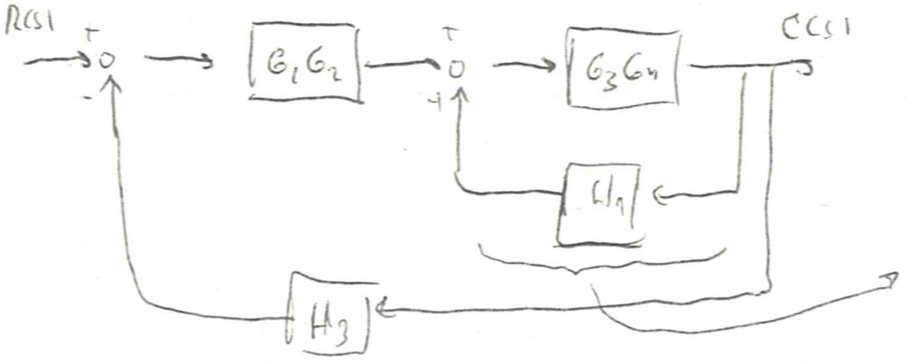
Forma canònica

$\tau = RA\rho$

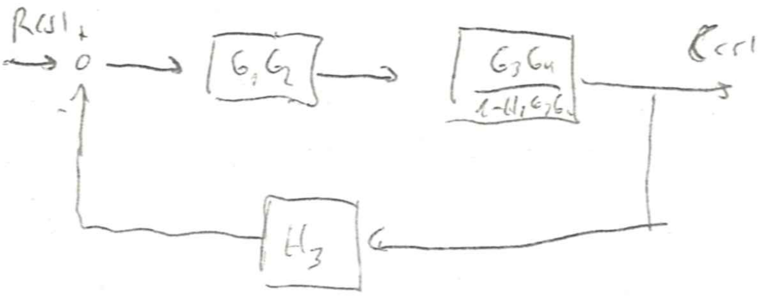
guany $= R$

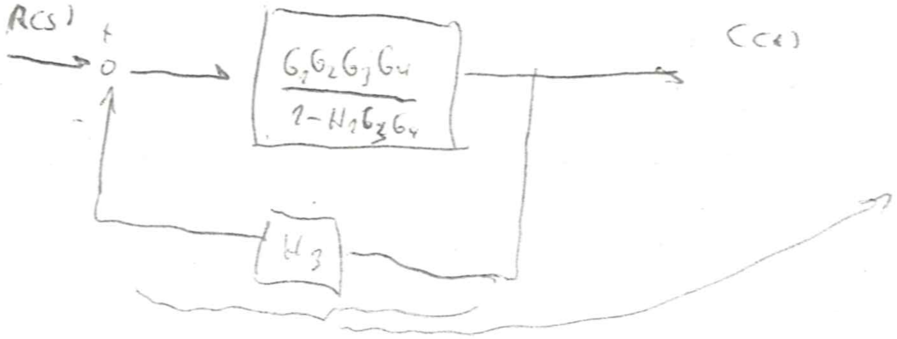
És de 1er ordre!

$\boxed{2}$



$$\frac{G_3G_4}{1 - H_1G_3G_4}$$





$$\frac{\frac{G_1G_2G_3G_4}{1-H_1G_3G_4}}{1 + \frac{G_1G_2G_3G_4}{1-H_1G_3G_4}H_3}$$

$$R(s) \longrightarrow \boxed{\dfrac{\dfrac{G_1G_2G_3G_4}{1-H_1G_3G_4}}{1+\dfrac{G_1G_2G_3G_4}{1-H_1G_3G_4}H_3}} \longrightarrow G(s)$$

$$\boxed{G(s) = \frac{G_1G_2G_3G_4}{1-H_1G_3G_4+G_1G_2G_3G_4H_3}}$$

$\boxed{3}$

1

El sistema és estable ja que tots els pols són negatius.
Els pols dominants són els dos pols conjugats, tenim una parella de pols dominants, ja que són els de part real negativa més petita.
La parella de pols dominants provocarà l'oscil·lació del sistema.

1

$\boxed{4}$

~~El desfasament final serà de 180° per a freqüència que tendeixen a infinit.~~

El senyal de sortida es veurà desfasat un angle de 17,1° i l'amplitud es veurà multiplicada per 12.

Amplitud final: 36 i fase: 62,5°

0,15

guany entrada

El guany de la planta és 12. per tant el valor final per un graó és $A = k_1k_2 = \boxed{12}$

$\boxed{5}$

$$\xrightarrow{+} \bigcirc \longrightarrow \boxed{\frac{1}{(s+1)(s+2)}} \longrightarrow \qquad \text{realimentació } (-)\text{: } \boxed{\frac{5}{s}}$$

$$G(s) = \frac{\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}}{1+\dfrac{5/s}{(s+1)(s+2)}} = \frac{s}{s(s+1)(s+2)+5}$$

$$s(s+1)(s+2)+5 = s(s^2+2s+s+2)+5$$

$$s^3+3s^2+2s+5=0$$

(continua a l'altre full...)

C5

5 ...

$$s^3 + 3s^2 + 2s + 5 = 0$$

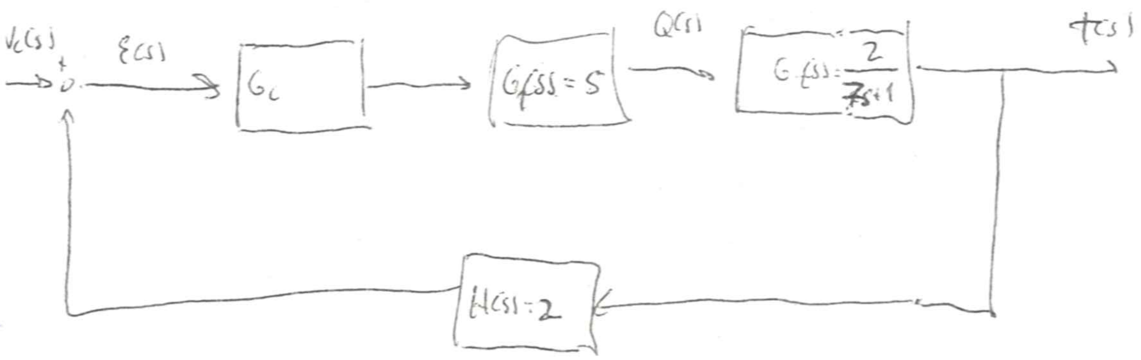
3	1	2
2	3	5
1	1	(·3)
0	5	

No hi ha canvis de signe, per tant tots els pols són negatius i el sistema en llaç tancat és estable.

1

P1 C5

a)



$$G_T(s) = \frac{T(s)}{V(s)} = \frac{G_c\, 5\, \frac{2}{7s+1}}{1 + G_c\, 5\, \frac{2}{7s+1}\, 2} = \boxed{\frac{10\,G_c}{7s+1+20\,G_c}}$$

b)

$$PI = \frac{K_p s + K_i}{s}$$

$$1 + GH = s(7s+1) + (K_p s + K_i)\,20$$

$$7s^2 + s + 20K_p s + 20K_i$$

$$\underline{1)}\quad 7s^2 + (20K_p + 1)s + 20K_i = 0$$

Volem els pols: $-1, -12$

$$(s+1)(s+12) = s^2 + 12s + s + 12 = \quad 2)\ s^2 + 13s + 12 = 0$$

Hem de comparar 1) i 2), per fer-ho multipliquem 2) per 7.

$$7\cdot(s^2 + 13s + 12) = 7s^2 + 91s + 84 = 0$$

$$\left.\begin{aligned} 91 &= 20K_p + 1 \\ 84 &= 20K_i \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\rightarrow K_p = 4{,}5 \\ &\rightarrow K_i = 4{,}2 \end{aligned}$$

$$PI: \frac{4{,}5s + 4{,}2}{s}$$

c)

El sistema queda:

$$G_T(s) = \frac{(4{,}5s + 4{,}2)\,10}{s(7s+1) + (4{,}5s + 4{,}2)\,20}$$

Estabilitat per Routh: (mirem denominador i busquem que els pols siguin negatius)

$$7s^2 + s + 90s + 84 = 7s^2 + 91s + 84 = 0$$

d'on les arrels són: $(s+12)$ i $(s+1)$ de pols negatius i per tant, estable.

d)

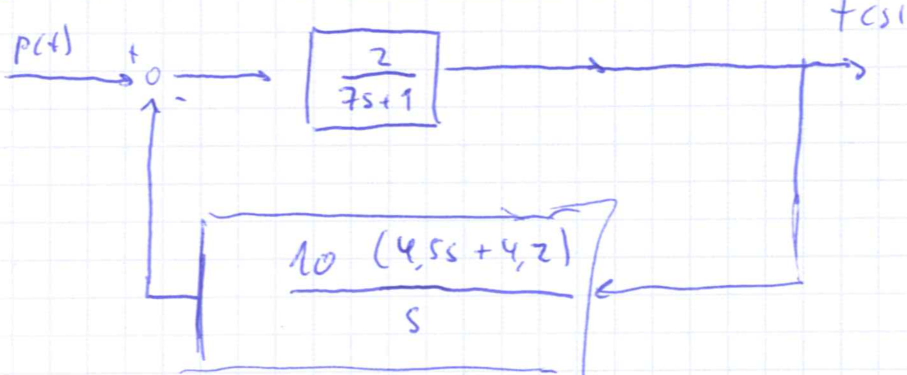
Mirem el tipus del sistema en anell obert i veiem que és de tipus 1

5

$$GH = \frac{20\,(4{,}5s + 4{,}2)}{(7s+1)(s)} \rightarrow \text{tipus } 1$$

Per entrada graó i tipus 1, l'error estacionari és 0.

e) Ara tenim:



$$G'_T(s) = \frac{\frac{2}{7s+1}}{1 + \frac{2}{7s+1}\,\frac{10}{s}(4{,}5s+4{,}2)} = \frac{2}{7s+1 + \frac{20}{s}(4{,}5s+4{,}2)} = \frac{2s}{7s^2 + s + 20(4{,}5s+4{,}2)}$$

D'on veiem que el guany canònic és 0,024, que serà la variació que produirà a la sortida.

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

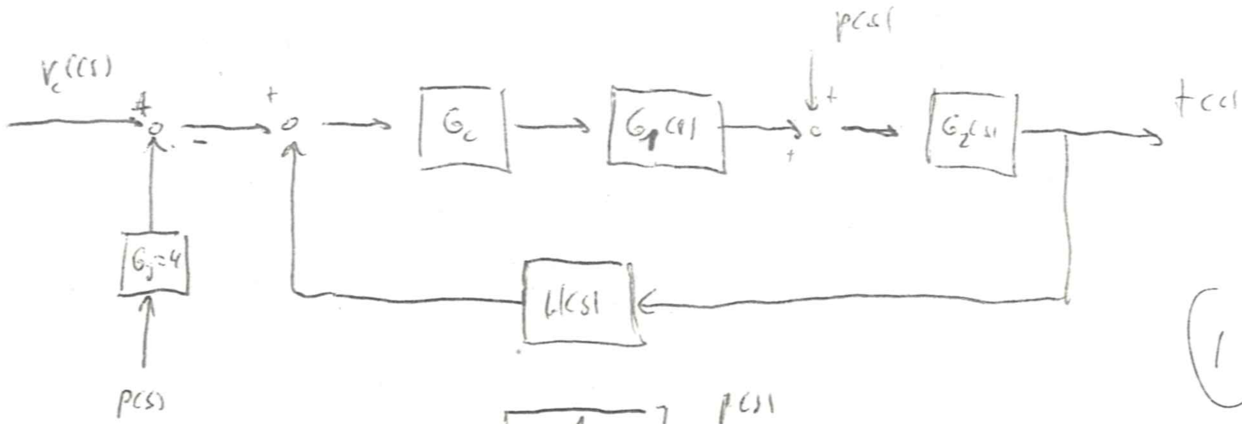
Full núm.
Nombre total de fulls
Qualificació

Cognoms
Nom
Assignatura
DNI
Curs
Grup
Data

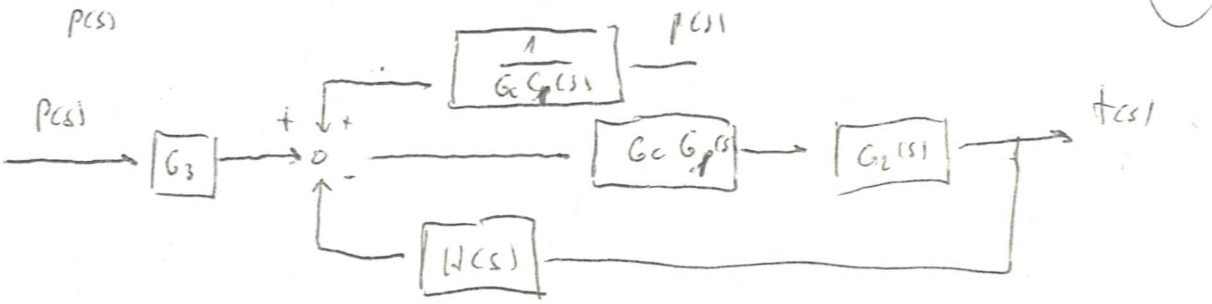
P1

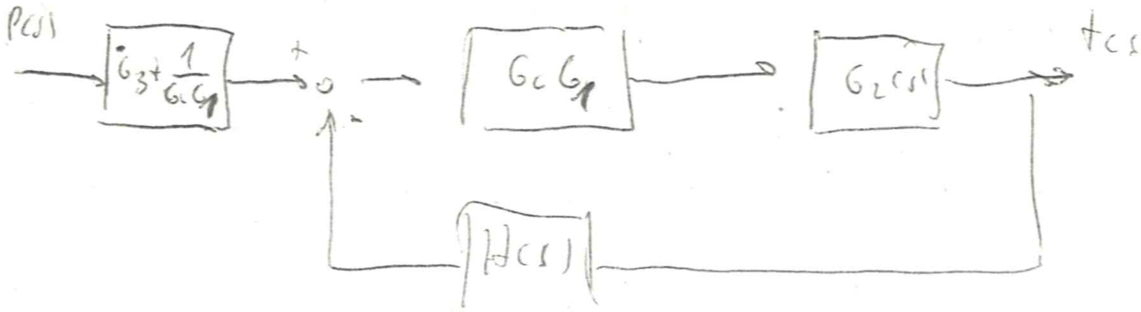
C5

1)



1





$$\frac{T(s)}{P(s)} = \left(G_3 + \frac{1}{G_c G_1}\right)\left(\frac{G_c G_1 G_2}{1 + G_c G_1 G_2 H}\right) = \left(4 + \frac{1}{5\,\frac{(4{,}5s+4{,}2)}{s}} \cdots\right.$$

1

Per l'estabilitat mirarem el denominador $(1+GH)$ pel criteri de Routh.

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm. | Nombre total de fulls | Qualificació 9,5

Cognoms | Nom

Assignatura

DNI | Curs | Grup | Data

P2 — C5

a)
$$G_c G_p H = \frac{5(s+20)}{(s^2+s+4)} = \frac{100\left(\frac{s}{20}+1\right)}{s^2+s+4}$$

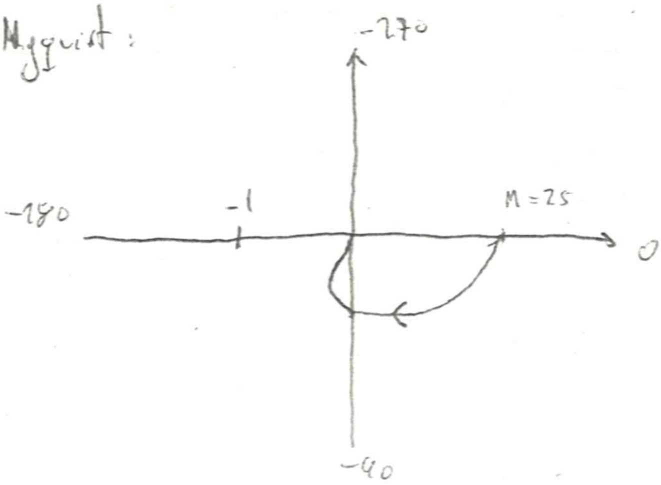
$$\frac{25\left(\frac{s}{20}+1\right)\;4}{s^2+s+4}$$

		2	20	
$s+20$	0	0	1	
$\frac{4}{s^2+s+4}$	0	-2	-2	
total	0	-2	-1	

$20\log 25 = 27,96$ dB

taula igual per guany i desfasament.

b) Nyquist:



És estable ja que no té pols positius ($P=0$) i N (semivoltes al voltant de -1 és 0

$P+N=0$ Estable.

c)

Per calcular el marge de fase busquem la ω per a la qual el guany en dB és 0 ($\bar{M}=0$) o el que és el mateix, $M=1$.

$$M = 1 = |G(j\omega)| = \sqrt{Re[G(j\omega)]^2 + Im[G(j\omega)]^2} = \left|\frac{100\left(\frac{j\omega}{20}+1\right)}{(j\omega)^2+j\omega+4}\right|$$

d'on traiem que $\omega = 10,83$ rad/s

El desfasament per a aquesta ω és de:

$\phi \angle G(j\omega) = \tan\phi \dfrac{Im[G(j\omega)]}{Re[G(j\omega)]}$

$\phi = -146,11°$ i el marge de fase = $180 + \phi = \boxed{33,89°}$

d) Busquem $\dfrac{\frac{s}{\omega_z}+1}{\frac{s}{\omega_p}+1}$ per a que $\gamma_d \geq 50°$

1) No volem tocar el guany estàtic

2) $\phi_{cm} = \gamma d - 180 - \phi_p + \Delta_p = 50 - 180 + 146,11 + 10 = 26,11°$

3) $\alpha = \dfrac{1+\sin\phi_{cm}}{1-\sin\phi_{cm}} = 2,57$

4) $|GH(j\omega)|^2 = \dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{1}{2,57} \longrightarrow \omega_m = 14,135$ rad/s

5) $\omega_z = \dfrac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}} = \dfrac{14,135}{\sqrt{2,57}} = 8,82$ rad/s

$\omega_p = \omega_m\sqrt{\alpha} = 14,135\sqrt{2,57} = 22,66$ rad/s

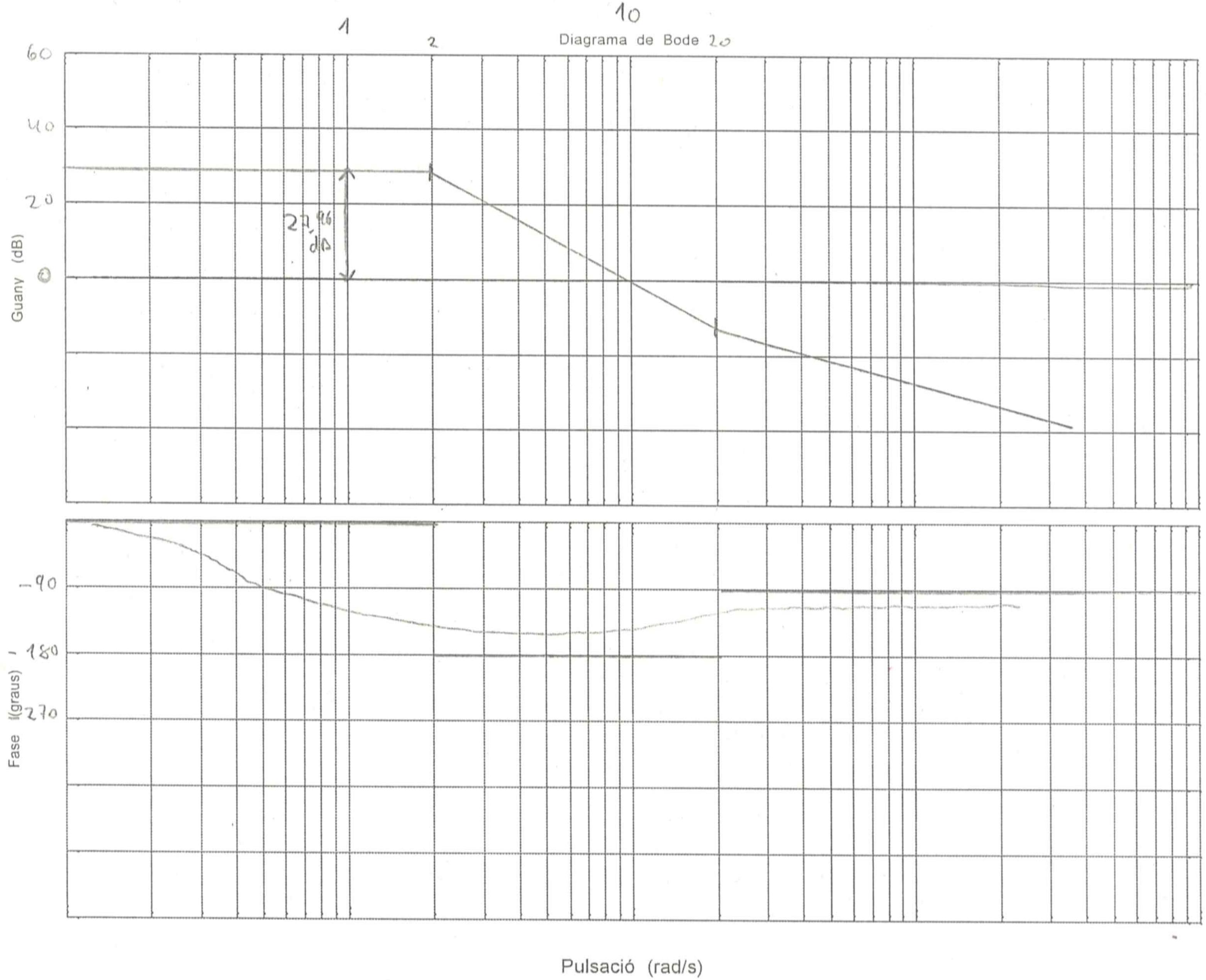
$\boxed{G_c = \dfrac{\frac{s}{8,82}+1}{\frac{s}{22,66}+1}}$

Comprovem el marge de fase, mirem on tall com ho hem fet a l'apartat c), però ara $|K_c GH(j\omega)| = 1$ $\omega = 14,135$ rad/s, lògicament la mateixa d'abans.

Ara mirem el marge de fase (com a l'apartat c) però ara $\phi \angle K_c GH(j\omega)$

$\phi = -114,54°$ MF: $180 - 114,54 = 65,46° > 50°$ Ok!

Coordenada C5



Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm. | Nombre total de fulls | Qualificació

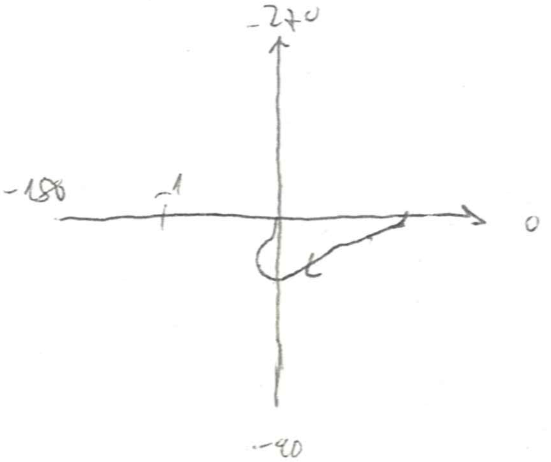
Cognoms | Nom

Assignatura

DNI | Curs | Grup | Data

P2 | C5

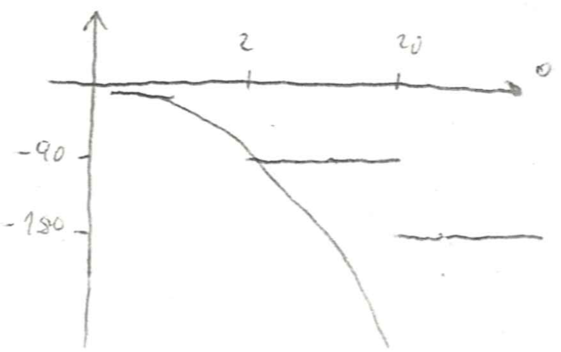
El Nyquist serà gairebé el d'abans, però amb la fase ~~...~~ avançada lleugerament. Com hem avançat la fase i ens hem allunyat encara més del tall amb -180°, hem fet el sistema més estable encara. Veiem que en cap moment la posició del punt -1 és crítica per a l'estabilitat i N continua sent 0.



f)

$$G_pH = \frac{5(s+20)}{s^2+s+4} e^{-0.2s}$$

La taula segueix sent la de l'apartat a), però ara:

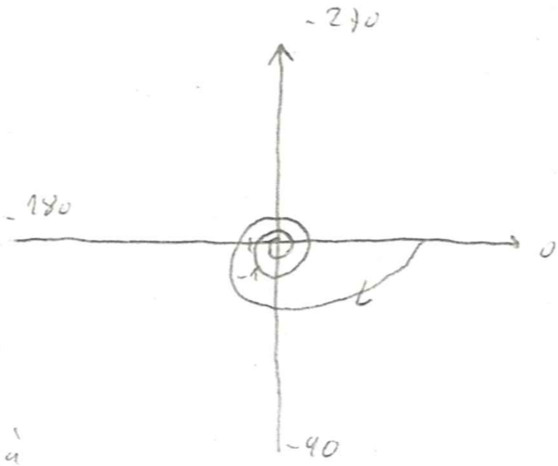


El retard però ens retarda la fase cada cop més!

Busquem la ω per a la qual $\angle[G_pH(j\omega)] = 180°$

$\omega_{180} = 3,18$

$M = |G_pH(j3,18)| = 14,146$.



El sistema no és estable, el punt -1 caurà dintre de les voltes descrites pel Nyquist.

h)

$-t_0 \omega \frac{180^\circ}{\pi} = 30^\circ \rightarrow \boxed{\cancel{t_0 = -0{,}55}}$ $\boxed{e^{-0{,}05\,s}}$

$\omega_{fall} = 10{,}83$