Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm. | Nombre total de fulls | Qualificació 2,7/5

Cognoms ______ Nom ______

Assignatura

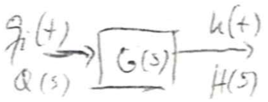
DNI ______ Posició C1 Curs ______ 34 Grup ______ 27/06/2014 Data

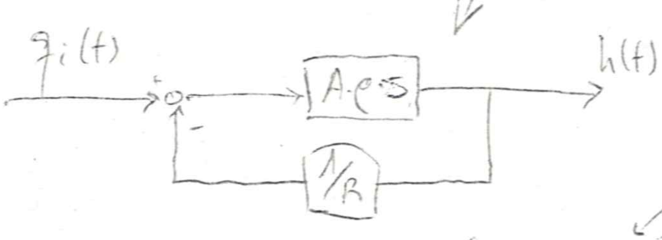
PRIMERA PART
TEORIA

1. funció de transferència $G(s) = \frac{H(s)}{Q(s)}$ ← nivell (sortida) ← cabal (entrada)

$$A \cdot \rho \cdot \underbrace{s \cdot h(t)}_{\frac{dh(t)}{dt}} = q_i(t) - \frac{h(t)}{R}$$

0,2



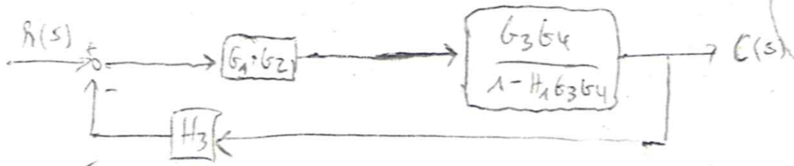


$$\boxed{G(s) = \frac{A\rho s}{1 + \frac{1}{R} \cdot A\rho s}}$$

forma canònica: $\boxed{G(s) = \frac{A\rho \cdot s}{\frac{A\rho}{R} \cdot s + 1}}$

2. $\frac{C(s)}{R(s)} = ?$ ⇒

1



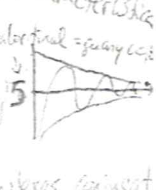
$$\boxed{\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{G_1G_2G_3G_4}{1-H_1G_3G_4}}{1 + H_3 \cdot \frac{G_1G_2G_3G_4}{1-H_1G_3G_4}} = \frac{G_1G_2G_3G_4}{1 - H_1G_3G_4 + G_1G_2G_3G_4H_3}}$$

funció de transferència equivalent.

3. $G = \frac{5}{(s+20)(s+2+3j)(s+2-3j)}$ ⇒ els pols de la transmitància són les arrels de l'equació característica

(continua al darrere)

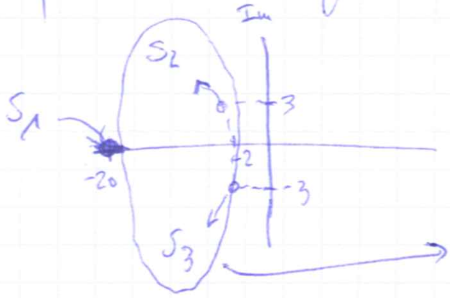
$(s+20)(s+2+3j)(s+2-3j) = 0$ → Pols: $s_1 = -20$; complexes conjugats: $s_2 = -2-3j$, $s_3 = -2+3j$



El sistema és ESTABLE, ja que totes les arrels de l'equació característica són de part real negativa. → La resposta serà oscil·lant perquè tenim una parella de pols complexes conjugats

$\boxed{3}$ (continuació)

Els pols dominants seran $s_2 = -2+3j$ i $s_3 = -2-3j$, ja que la seva part real és més gran (estan més a la dreta al gràfic de complexes).



POLS DOMINANTS.

1

$\boxed{4.}$

Si el senyal d'entrada fos un graó unitari, el valor final de la sortida serà $A \cdot K$, on A és l'amplitud de l'entrada graó i K el guany del sistema.

$$\boxed{\begin{array}{l} A = 3 \\ K = 4 \end{array}} \leftarrow |K| \qquad 20 \log(4) = 12$$

0,2

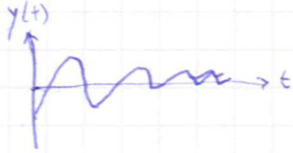
$$\boxed{\text{Valor final} = 3 \cdot 4 = 12}$$

El sistema és estable, per tant tots els seus pols són de part real negativa, cap té part real nul·la o positiva $\Rightarrow$ NO TÉ INTEGRADORS $\Rightarrow r = 0$ → tipus 0.

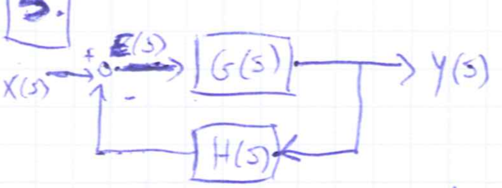
Error permanent. $\rightarrow$ $$\boxed{E_{ss}(\text{graó unitari}) = \frac{1}{1+K} = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5} = 0{,}2}$$

0,1

El senyal de sortida serà també sinusoidal, i tendirà a un valor final permanent.



$\boxed{5.}$



$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$; $H(s) = \frac{5}{s}$

0,2

transmitància de llaç $\equiv G \cdot H = \frac{5}{s(s+1)(s+2)}$

$$W(s) = \frac{Y(s)}{G(s)} = \frac{G}{1+GH} = \frac{\frac{1}{(s+1)(s+2)}}{1+\frac{5}{s(s+1)(s+2)}} = \frac{1}{(s+1)(s+2)+5/s}$$

$(s+1)(s+2)+5s = s^2+2s+s+2+5s = s^2+8s+2$

$D(s) = s^2+8s+2 = 0$

$s^2+2s+s+2 = s^2+3s+2 = 0$

2	1	2
1	3	
0	2	

$\Rightarrow$ EL SISTEMA ÉS ESTABLE ← no hi ha canvis de signe.

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm.

Nombre total de fulls

Qualificació: 5

Cognoms

Nom

Assignatura

DNI — Posició C1

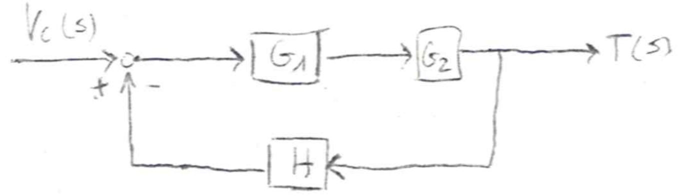
Curs

Grup: 34

Data: 27/06/2014

PROBLEMA 1

a)



$G_1(s) = 5$

$G_2(s) = \dfrac{2}{7s+1}$

$H(s) = 2$

Funció de transferència: $\dfrac{T(s)}{V_c(s)} = \dfrac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2 H} = \dfrac{5 \cdot \frac{2}{7s+1}}{1 + 5 \cdot \frac{2}{7s+1} \cdot 2} = \dfrac{10}{7s+1 + 5 \cdot 2 \cdot 2}$

$$\boxed{\frac{T(s)}{V_c(s)} = \frac{10}{7s+21}}$$

forma canònica: $\dfrac{T(s)}{V_c(s)} = \dfrac{10/21}{\frac{1}{3}s + 1}$

b) Volem: Pols: $\begin{cases} s = -1 \\ s = -12 \end{cases}$ → Controlador PI ?

$G_c(s) = K_p + \dfrac{K_i}{s} = \dfrac{K_p \cdot s + K_i}{s}$

$W(s) = \dfrac{T(s)}{V_c(s)} = \dfrac{G_c \cdot G_1 G_2}{1 + G_c G_1 G_2 H} = \dfrac{\frac{K_p \cdot s + K_i}{s} \cdot \frac{10}{7s+1}}{1 + \frac{K_p \cdot s + K_i}{s} \cdot \frac{10}{7s+1} \cdot 2} = \dfrac{10(K_p s + K_i)}{s(7s+1) + (K_p s + K_i) \cdot (20)}$

$s(7s+1) + 20(K_p \cdot s + K_i) = 7s^2 + s + 20K_p s + 20K_i$

$7s^2 + s(20K_p + 1) + 20K_i$

$\begin{cases} 7(-1)^2 + (-1)(20K_p + 1) + 20K_i = 0 \\ 7(-12)^2 + (-12)(20K_p + 1) + 20K_i = 0 \end{cases}$

sistema d'equacions ⇒ $\boxed{\begin{matrix} K_p = 4{,}5 \\ K_i = 4{,}2 \end{matrix}}$ ⇒ $\boxed{G_c(s) = \dfrac{4{,}5 \cdot s + 4{,}2}{s}}$

funció de transferència del Controlador PI.

c) Analitzem l'estabilitat del sistema:

El sistema és ESTABLE, ja que tots els pols són de part real negativa. $\begin{cases} s=-1 \\ s=-12 \end{cases}$

Anem a comprovar-ho pel criteri de Routh:

equació característica → $D(s) = 7s^2 + s(20K_p+1) + K_i = 7s^2 + 91\cdot s + 4{,}2 = 0$

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 7 & 4{,}2 \\ 1 & 91 & \\ 0 & 4{,}2 = \dfrac{91\cdot 4{,}2 - 7\cdot 0}{91} & \end{array}$$

NO HI HA CANVIS DE SIGNE, per tant no hi ha arrels de part real positiva.

⇓

$\boxed{\text{SISTEMA ESTABLE.}}$

d) El sistema ara té un integrador ⇒ r=1, per tant és un sistema de tipus 1.

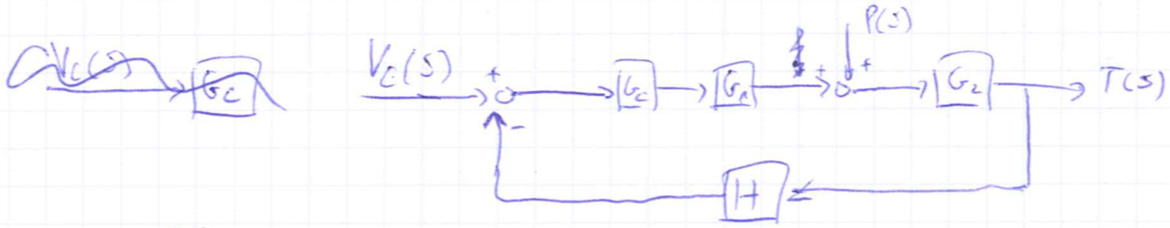
L'error permanent per a una entrada graó en un sistema tipus 1 és:

$\cancel{E_{ss(\text{graó})} = \frac{1}{1+K_L} =}$ $\cancel{K_L = K\cdot A}$ $\cancel{K = \lim_{s\to 0} GH(s) =}$

$$\boxed{E_{ss\,(\text{graó})} = 0}$$

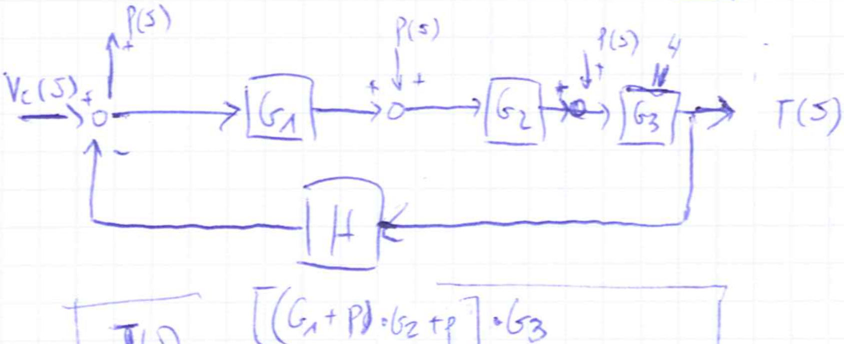
(no ens importa la amplitud de l'entrada graó, l'error sempre serà 0)

e)



−2

f)



$$\boxed{\frac{T(s)}{V_c(s)} = \frac{\left[(G_1+P)\cdot G_2 + P\right]\cdot G_3}{1+\left[(G_1+P)\cdot G_2 + P\right]\cdot G_3\cdot H}}$$

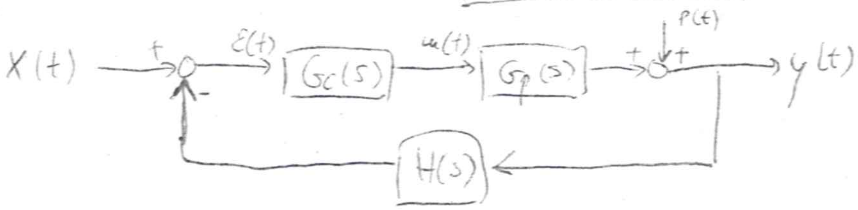
−3

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm. | Nombre total de fulls | Qualificació: 6'7

Cognoms | Nom
Assignatura
DNI | Posició C1 | Curs | Grup: 34 | Data: 27/06/2014

PROBLEMA 2



a) Considerem $G_c(s) = 1 \Rightarrow G_p(s)\cdot H(s) = \dfrac{5\cdot(s+20)}{(s^2+s+4)} = \dfrac{100\left(\frac{s}{20}+1\right)}{(s^2+s+4)} = \dfrac{25\cdot 4\left(\frac{s}{20}+1\right)}{(s^2+s+4)}$

Diagrama de Bode (veure full adjunt → paper semilogarítmic).
de $G_p(s)\cdot H(s)$

$s^2+s+4 \rightarrow s^2+2\xi\omega_n+\omega_n^2 \Rightarrow \omega_n^2 = 4$
$\omega_n = 2$

$\omega_{01} = 20$

$2\omega_n\xi = 1$
$\xi = \frac{1}{4}$
HI HA RESONÀNCIA

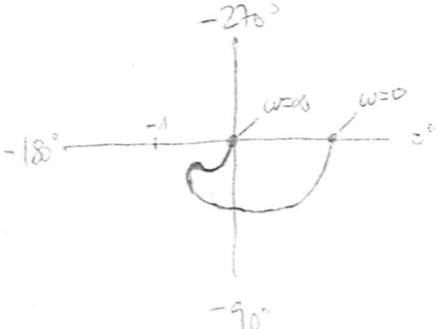
	0	2	20	∞
$\frac{s}{20}+1$	0	0	1	
$\left(\frac{4}{s^2+s+4}\right)^{-1}$	0	−2	−2	
TOTAL	0	−2	−1	

Guany = 25 ⇒ 20 log 25 = $\boxed{27{,}96\,dB}$

K' > 0 ⇒ 0°

↳ Taula de guany = Taula de desfasaments (NO HI HA ELEMENTS DE DESFASAMENT NO MÍNIM)

b) Criteri de Nyquist: (a partir del D.Bode de G_pG_cH). estudiem estabilitat de $\frac{1}{1+G_pHG_c}$



$\left\{\begin{array}{l} N=0 \\ P=0 \\ Z=0 \end{array}\right. \Rightarrow$ $\boxed{\text{ESTABLE}}$

pols de $G_cG_pH \Rightarrow s^2+s+4=0$

$\dfrac{-1\pm\sqrt{1-16}}{2} = \dfrac{-1}{2} \pm j\cdot\dfrac{\sqrt{15}}{2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{P=0}$

~~c) Marge de fase:~~

~~$\overline{MG} = -20\log|G_cG_pH(j\omega)|$ on $\omega = -180$~~

~~El marge de fase és ∞ (infinit) (mai creua els $-180°$).~~

c) Marge de fase:

$$|G_cG_pH(j\omega)| = 1 \Rightarrow \omega = 10{,}82\ \text{rad}/s \Rightarrow \phi[G_pG_cH(j\cdot 10{,}82)] = -146{,}12°$$

?

$$\left|\frac{100\left(\frac{j\omega}{20}+1\right)}{(j\omega)^2 + j\omega + 4}\right| = 1$$

$$\boxed{\gamma = \phi + 180 = -146{,}12 + 180 = 33{,}82°}$$

d) $G_c(s) \rightarrow \gamma_d \geq 50°$ $\quad \Delta P = 10°$ $\quad G_c(s) = K_p$

~~$\phi_{cM} = \gamma_d - 180 - \phi_p + \Delta P = 50 - 180 + 10 - \phi_p = -\phi_p - 120$~~

~~$\overline{MG} = \dfrac{1}{|G_cG_pH(j\omega)|_{-180}} = \infty$ → El marge de guany és ∞.~~

~~$\phi[K_c \cdot G_p \cdot G_c H(j\cdot 10{,}82)] =$~~

$\gamma_d = 50 \Rightarrow \phi = 50 - 180 = -130° \Rightarrow \phi(G_pH(j\cdot\omega))_{\text{original}} = -130$

$\omega = 21{,}7\ \text{rad}/s$

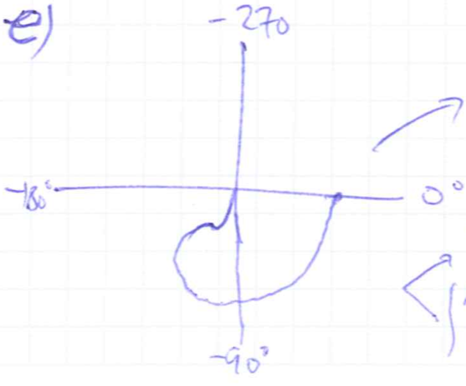
$$G_c(s) = K_c = \overline{MG} = 20\log\frac{20}{10{,}82} + 20\log\frac{21{,}7}{20} = 11{,}38\ dB$$

$$20\log K_c = 11{,}38$$

$$\boxed{K_c = 10^{\frac{11{,}38}{20}} = 3{,}7}$$

$$\boxed{G_c(s) = 3{,}7}$$

e)



No ha canviat res respecte abans. El marge de guany era infinit perquè mai creuem la línia de desfasament de $-180°$

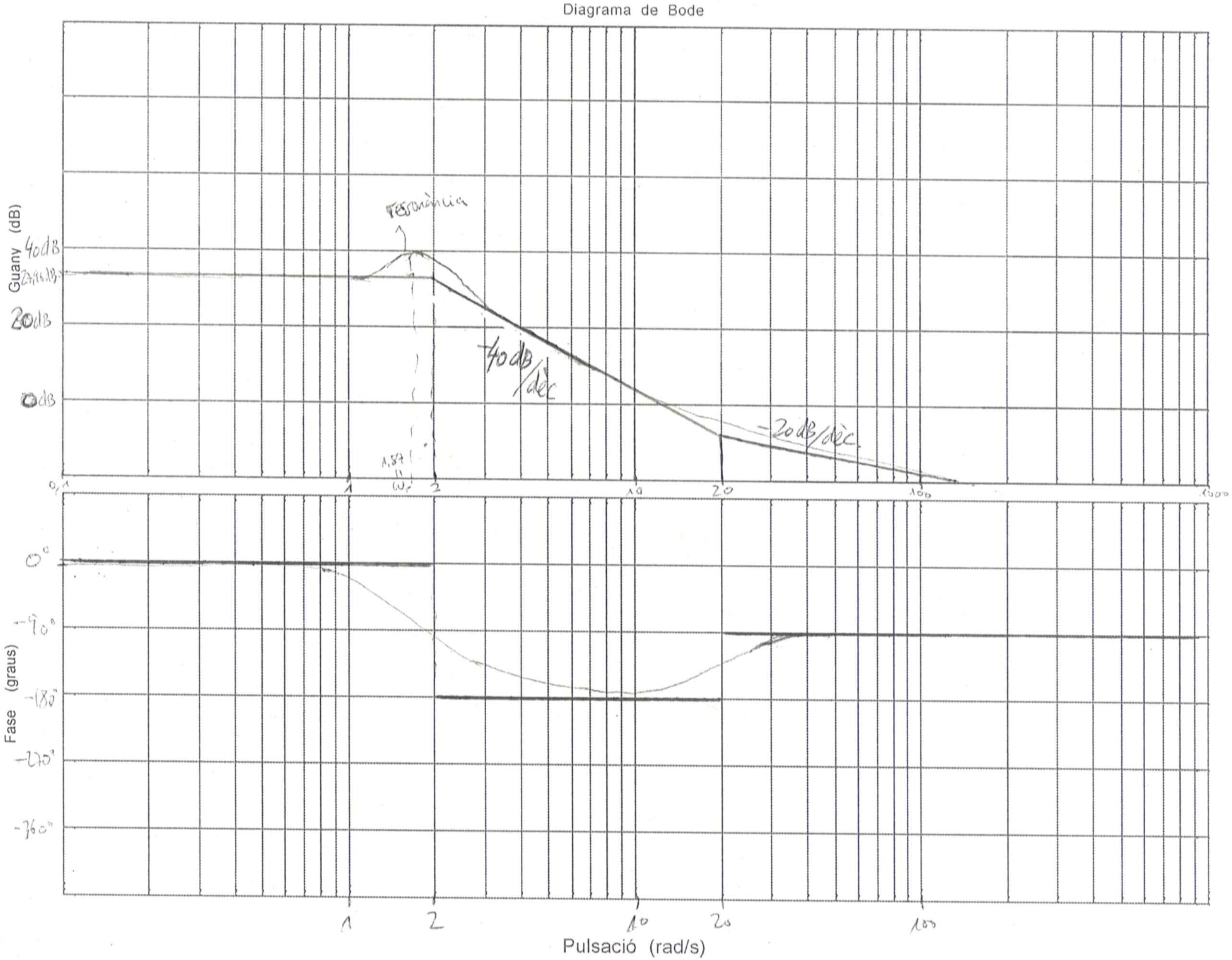
$Z = 0$

$N = 0$

$P = 0$

ESTABLE

apartat a) D. Bode de $G_p(s) \cdot H(s) = \dfrac{100\left(\frac{s}{20}+1\right)}{(s^2+s+4)}$



Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

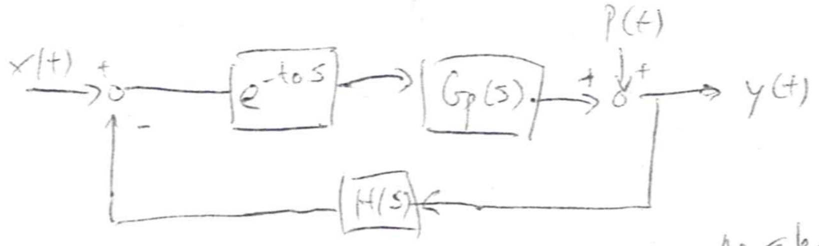
Full núm. | Nombre total de fulls | Qualificació

Cognoms | Nom

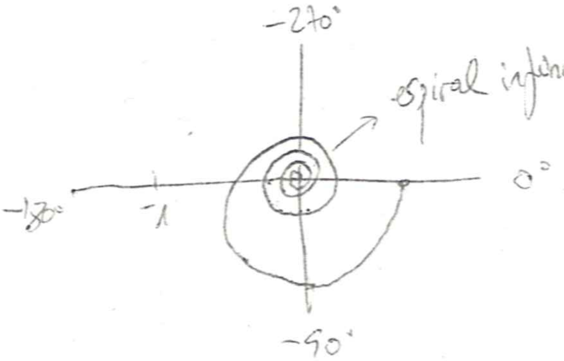
Assignatura

DNI: Posició C1 | Curs | Grup: 34 | Data: 27/06/2014

f)



~~Es~~ retard pur → $e^{-0,2\cdot s}$ → no afecta al guany. → desfasament $= -0,2\cdot\omega$



$\phi\left[e^{-0,2\cdot s}\cdot G_p\cdot H(j\cdot\omega)\right] = -180°$

$\omega = 36,92$ rad/s

talla el -180° quan $\omega = 36,92°$

apart. c) $\omega = 1,962 \rightarrow |K| = 1 \longrightarrow |K| < 1$

g) La freqüència a la que hi ha un desfasament de -180° és ~~$\omega = 36,92$ rad/s~~

$$\phi\left[\frac{100\left(\frac{j\omega}{20}+1\right)\cdot e^{-0,2\cdot j\omega}}{(j\omega)^2+j\omega+4}\right] = -180°$$

guany absolut: $\left|e^{-0,2\cdot 36,92}\cdot G_p\cdot H(j\cdot 36,92)\right| = 0,1544$ dB

~~El nou sistema realimentat segueix sent estable~~

$20\log K = 0,1544$ dB

guany absolut → $\boxed{K = 10^{\frac{0,1544}{20}} = 1,0179}$

h) $\gamma = \phi + 180 = 30$

$\phi = -150 = \arg\left|\frac{100\left(\frac{j\omega}{20}+1\right)\cdot e^{-t\cdot j\omega}}{(j\omega)^2+j\omega+4}\right| = -150$ per ~~$\omega = 36,92$ rad/s~~.

?

$\boxed{\cancel{t = 0,185 \text{ sec.}}}$