Full núm.

Nombre total de fulls

Qualificació 1

F1

Cognoms

Nom

Assignatura

DNI

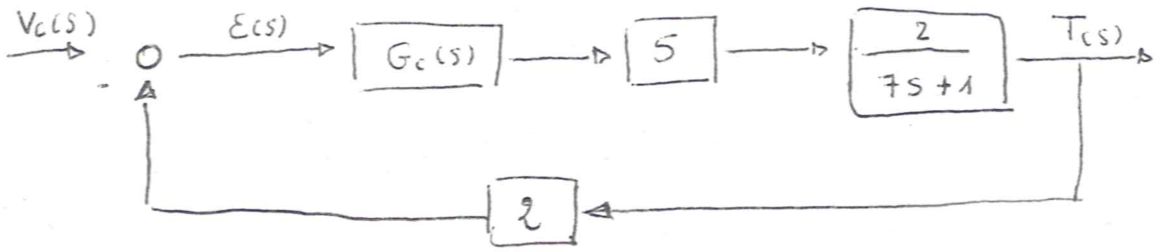
Curs

Grup

Data

PROBLEMA 1

a)



$$\frac{T(s)}{Vc(s)} = \frac{\frac{10}{7s+1}\cdot Gc(s)}{1+\frac{20}{7s+1}\,Gc(s)} = \frac{10\cdot Gc(s)}{7s+1+20\cdot Gc(s)}$$

1

b) Per dissenyar controlador necessitem el denominador de la funció de transf

$$\rightarrow 1 + \frac{20}{7s+1}\cdot\left(Kp + \frac{Ki}{s}\right) = 0$$

$$\rightarrow 1 + \frac{20Kp}{7s+1} + \frac{20Ki}{s(7s+1)} = \frac{s(7s+1)+20Kps+20Ki}{s(7s+1)} = 0$$

$$7s^2+s+20Kps+20Ki \rightarrow 7s^2 + s(1+20Kp)+20Ki$$

volem pols a -1 i -12

$$\rightarrow (s+1)(s+12) = s^2+12s+s+12 =$$

$$= s^2+13s+12$$

$$\left.\begin{array}{l} 13 = 1+20Kp \\ 12 = 20Ki \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} Kp = 0,6 \\ Ki = 0,6 \end{array}$$

El controlador $Gc(s)$ serà $\boxed{Gc(s) = 0,6 + \frac{0,6}{s}}$

c) Analitzem estabilitat per Routh $\quad W = \dfrac{GH}{1+GH} \rightarrow = 0$

Al ser de segon grau → eq segon grau

$$7s^2 + s(1 + 20 \cdot 0{,}6) + 20 \cdot 0{,}6 = 7s^2 + s + 12s + 12 =$$

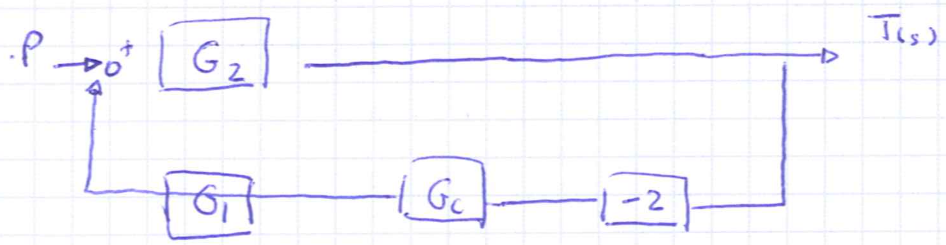
$$= 7s^2 + 13s + 12$$

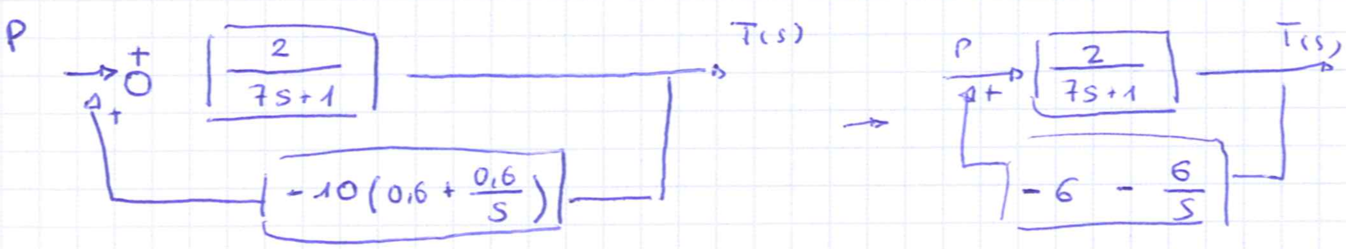
$$s = \frac{-13 \pm \sqrt{13^2 - 4 \cdot 7 \cdot 12}}{14} = \frac{-13 \pm 12{,}9i}{14} \begin{cases} -0{,}92 + 0{,}92i \\ -0{,}92 - 0{,}92i \end{cases}$$

El sistema tindrà oscil·lacions ja que té pols imaginaris conjugats.

entable ?

e)





$$\frac{\frac{2}{7s+1}}{1 - \left(\left(-6 - \frac{6}{s}\right)\left(\frac{2}{7s+1}\right)\right)} = \frac{\frac{2}{7s+1}}{1 - \left(\frac{-12}{7s+1} - \frac{12}{(7s+1)s}\right)}$$

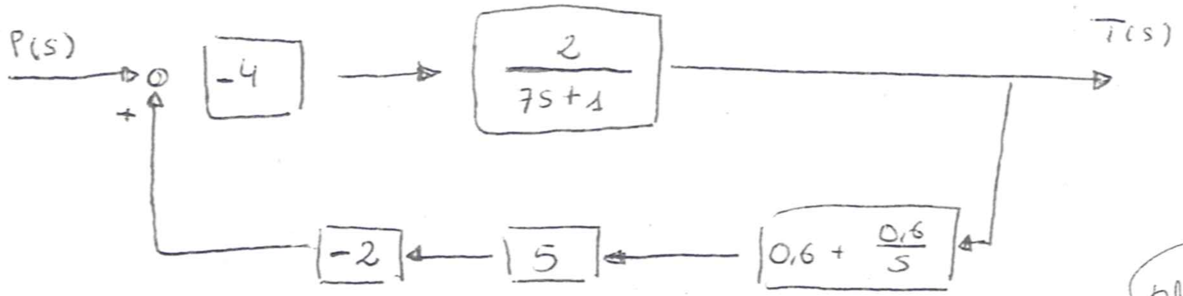
Full núm. | Nombre total de fulls | Qualificació

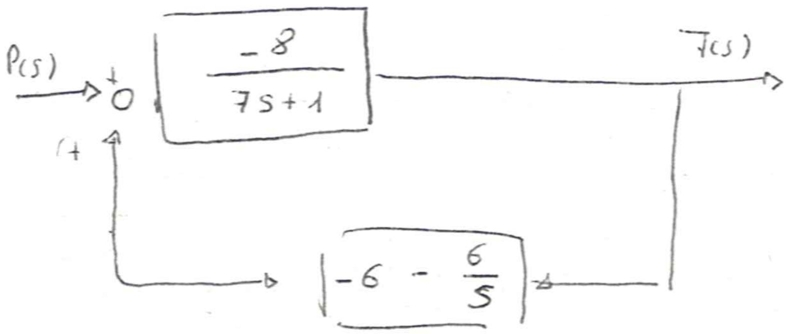
Cognoms | Nom

Assignatura

DNI | Curs | Grup | Data

f)





$$-6-\frac{6}{s}=\frac{-6s-6}{s}$$

$$\frac{T(s)}{P(s)}=\frac{\frac{-8}{7s+1}}{1-\left(\frac{-6s-6}{s}\right)\left(\frac{-8}{7s+1}\right)}$$

→ pàg 1

(Routh)

g)

Estabilitat ; $1-\left(\frac{-6s-6}{s}\right)\left(\frac{-8}{7s+1}\right)=0$

⇝ operant ⇝ $s^2-6{,}714s-6{,}85=0$

$$s=\frac{6{,}71\pm\sqrt{6{,}71^2+4\cdot 6{,}85}}{2}=\frac{6{,}71\pm 8{,}51}{2}\begin{cases}\to 7{,}61\\ \to -0{,}9\end{cases}$$

serà inestable ja que té un pol positiu

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm. | Nombre total de fulls | Qualificació 8,4

F1

Cognoms | Nom

Assignatura

DNI | Curs | Grup | Data

PROBLEMA 2

a) $G_p(s)H(s) = \dfrac{5(s+20)}{(s^2+s+4)} = \dfrac{5\left(\frac{s}{20}+1\right)}{20(s^2+s+4)}$

element segon ordre $\rightarrow s^2+s+4$; $\omega_n = \sqrt{4} = 2$

element primer ordre $\rightarrow \frac{s}{20}+1 \rightarrow \omega_0 = 20$

guany $\cancel{= \frac{5}{20} = \frac{1}{4}}$

	0	2	20
$\frac{s}{20}+1$	0	0	1
s^2+s+4	0	-2	-2
TOTAL	0	-2	-1

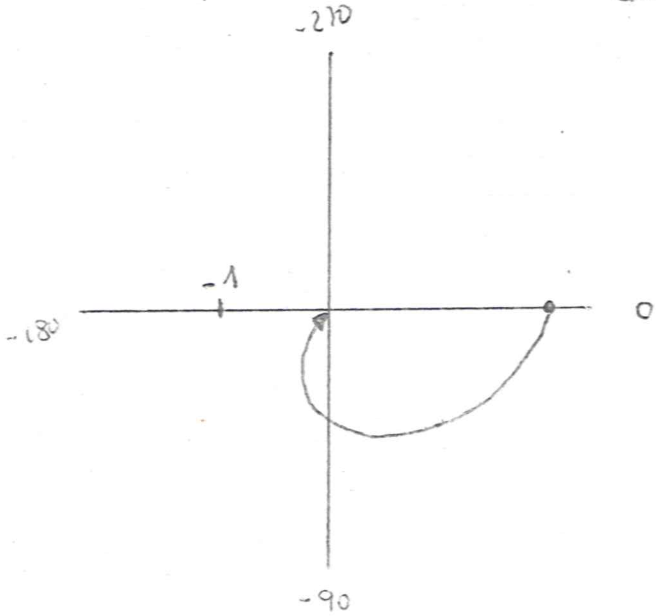
resonància?

$2\omega_n \zeta = 1$

$4\zeta = 1 \rightarrow \zeta = \frac{1}{4} = 0{,}25$

Si, ja que $0{,}25 < 0{,}7$

b)



$\left.\begin{array}{l} P=0 \\ N=0 \end{array}\right\} P+N=0=Z$

Sistema estable.

c) Marge de fase

$$\frac{0{,}25\left(\frac{s}{20}+1\right)}{s^2+s+4}$$

$|G_p(s)H(s)| = 1 \rightarrow \omega_0$

$$1 = \frac{0{,}25 \cdot \sqrt{\frac{\omega^2}{20^2}+1}}{\sqrt{\omega^2+4^2+(\omega^2)^2}}$$

?

$\omega_0 = 10{,}85$ rad/s

$\phi = \underline{/\ G_p(s)H(s)}_{|\omega=10{,}85} = -146{,}07^\circ = \phi\left[\frac{s}{20}+1\right] - \phi\left[s^2+s+4\right]$

Marge de fase $\gamma = \phi_0 + 180 = -146{,}07+180 = 33{,}92^\circ$

d)

$\phi_{CM} = 50 - 180 + 146{,}07 + 10 = 26{,}07^\circ$

$$\alpha = \frac{1+\sin\phi_{CM}}{1-\sin\phi_{CM}} = \frac{1{,}4394}{0{,}5605} = 2{,}568$$

$$|K_c \cdot GH \cdot (j\omega_m)|^2 = \frac{1}{\alpha} \rightsquigarrow \left|\frac{0{,}25\left(\frac{s}{20}+1\right)}{s^2+s+4}\right|^2 = \frac{1}{2{,}568}$$

$\omega_m \rightarrow 14{,}13$ rad/s

$$\omega_1 = \frac{\omega_m}{\sqrt{\alpha}} = \frac{14{,}13}{\sqrt{2{,}568}} = 8{,}81$$

Prova

$$\omega_2 = \omega_m \cdot \sqrt{\alpha} = 14{,}13 \cdot \sqrt{2{,}568} = 22{,}64$$

el compensador serà $G_c(s) = \boxed{\dfrac{\frac{s}{8{,}81}+1}{\frac{s}{22{,}64}+1}}$

e) $$\frac{5(s+20)}{s^2+s+4} \cdot \frac{\frac{s}{8{,}81}+1}{s/22{,}64+1}$$; ~~Mirarem si la nova transmitancia~~

pasa ~~per el -1+j0 al diagrama polar.~~

$\cancel{\underline{/G(j\omega_{180})} = -180 \rightarrow \omega_{180} =}$ →

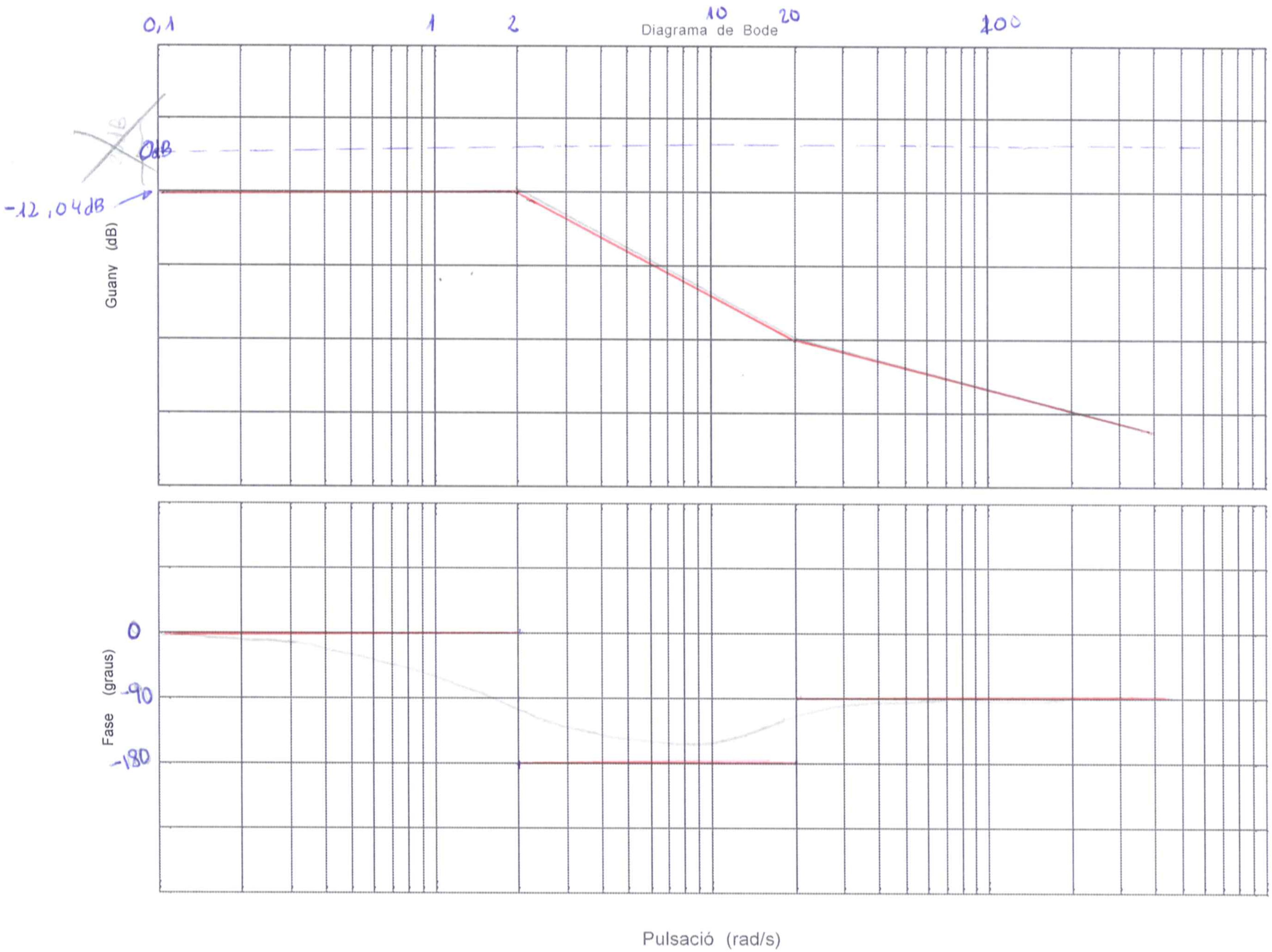


Diagrama de Bode
0,1
1
2
10
20
100
0dB
-12,04dB
Guany (dB)
0
-90
-180
Fase (graus)
Pulsació (rad/s)

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm. | Nombre total de fulls | Qualificació

F1

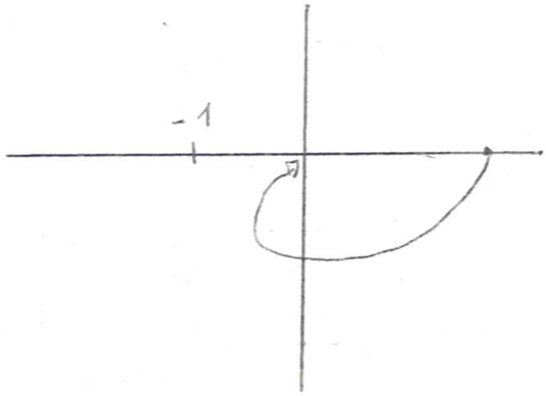
Cognoms | Nom

Assignatura

DNI | Curs | Grup | Data

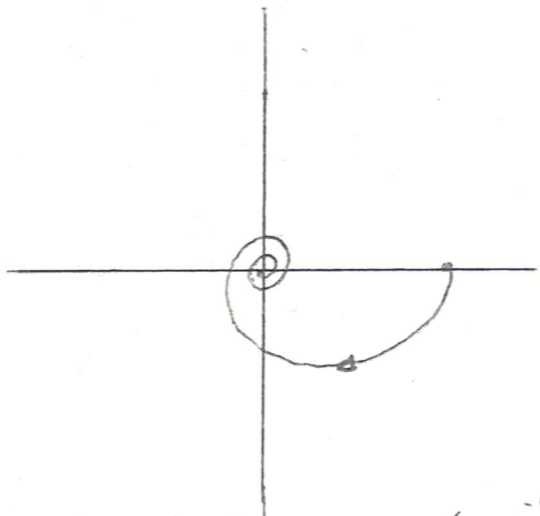
e) Al afegir el compensador, avançarà la fase però això no afectarà a l'estabilitat ja que el diagrama de Nyquist no tallarà el -180.

$z = 0 \rightarrow$ estable.



f)

$$\frac{5(s+20)}{s^2+s+4}\, e^{-0,2s}$$



g)

$\angle G_p H(s)\big|_{\omega_{-180}} = -180 \rightarrow \phi\; 5(s+20) - \phi\,(s^2+s+4) + \phi\; e^{-0,2s}$

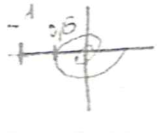
$\omega_{180} = 36,92$ rad/s

frequencia per la qual hi ha un desfasament de 180° = 36,92 rad/s

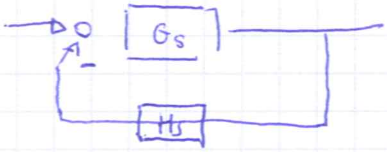
$|G_p \cdot H(s)|_{\omega = 36,92} = 0,1544$

El guany absolut per a aquesta frequencia es 0,1544.

El nou sistema serà estable, ja que acabem de comprovar que al diagrama de Nyquist no farem cap semivolta al voltant del -1



(5) $G(s) = \dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$



$$W = \frac{G_s}{1 + G_s H_s} = \frac{\frac{1}{(s+1)(s+2)}}{1 + \frac{1}{(s+1)(s+2)} \cdot \frac{5}{s}}$$

Per aplicar routh igualem el denominador de W a 0

$$1 + \frac{5}{(s+1)(s+2)s} = 0 \longrightarrow (s+1)(s+2)s + 5 = 0$$

$$\longrightarrow (s^2 + 2s + s + 2)s + 5 = s^3 + 2s^2 + s^2 + 2s + 5 =$$

$$= s^3 + 3s^2 + 2s + 5$$

1	1	2
2	3	5
3	$\frac{1}{6}$	
4	1	

1

El sistema serà estable ja que no observem cap canvi de signe.

(1) $A \cdot \rho \cdot \dfrac{dh(t)}{dt} = q_i(t) - \dfrac{h(t)}{R}$

$$A \cdot \rho \cdot \frac{H(s)}{s} = q(s) - \frac{H(s)}{R}$$

$$A \rho \frac{H(s)}{s} + \frac{H(s)}{R} = q(s)$$

$$H(s)\left(\frac{A \cdot \rho}{s} + \frac{1}{R}\right) = q(s) \rightarrow \frac{q(s)}{H(s)} = \frac{A\rho}{s} + \frac{1}{R}$$

$$= \frac{R \cdot A \cdot \rho + s}{s \cdot R} \rightarrow \boxed{\frac{H(s)}{q(s)} = \frac{s \cdot R}{RA\rho + s}}$$

Es una planta de primer ordre

0,1

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Full núm.

Nombre total de fulls

Qualificació 2,6/5

Cognoms

Nom

F1

Assignatura

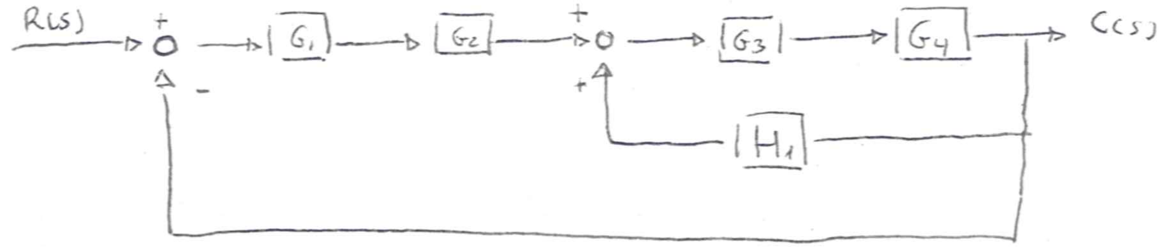
DNI

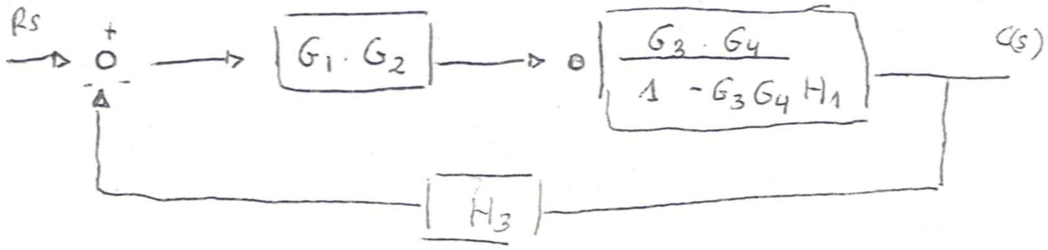
Curs

Grup

Data

TEORIA

② 



1

$$\frac{\dfrac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 - G_3 G_4 H_1}}{1 + \dfrac{G_1 G_2 G_3 G_4 H_3}{1 - G_3 G_4 H_1}} = \boxed{\frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 - G_3 G_4 H_1 + G_1 G_2 G_3 G_4 H_3}}$$

③ La resposta sí que serà oscil·lant ja que té pols complexes

Sí que serà estable, dons el pol que queda que no és complex és negatiu (-20)

Els pols dominants seran els dos complexes conjugats.

0,5

$$\frac{5(s+20)}{s^2+s+4}\, e^{-0{,}2s}$$

h)

igualem $|\cancel{Kp}\; G(s)\, H(s)| = 1$

i trobem ω $\rightarrow$ $\omega = 10{,}82$ rad/s

$$\operatorname{arctg}\frac{\omega}{20} - \operatorname{arctg}\,\omega + 0{,}2\,\omega\, t\, n \cdot \frac{180}{\pi} = -30$$